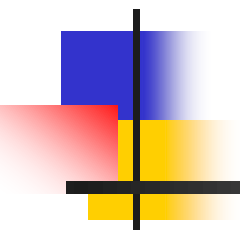


Введение. Предмет и метод начертательной геометрии



Общая информация

Принятые обозначения

1. Методы проецирования

2. Метод Монжа

3. Проекция точки

4. Проекция прямой

5. Проекция плоскости.



Принятые обозначения

Точки обозначаются заглавными латинскими буквами или арабскими цифрами: A, B, C, D, 1, 3 и т.д.

Прямые обозначаются прописными буквами латинского алфавита: a, b, c, m и т.д. Буквы f, h и p зарезервированы для обозначения прямых частного положения

Плоскости обозначаются заглавными буквами греческого алфавита Ω , Θ , Γ , Φ , Π и т. д. Обозначения Π_1 , Π_2 , Π_3 зарезервировано за плоскостями проекций.

Углы обозначаются знаком \angle с прописными буквами греческого алфавита $\angle\alpha$, $\angle\delta$, $\angle\gamma$, $\angle\lambda$ и т.д. L - знак прямого угла

Некоторые наиболее часто используемые символы:

1. \equiv - совпадают, $=$ равны, результат действия; 2. ∞ - подобны;
3. \perp - перпендикулярны; 4. \parallel – параллельны; 5. $/$ - отрицание; \subseteq - касание;
6. \in - принадлежность; 7. \subset - включение; \cap - пересечение

«К геометрии нет царской дороги».
Евклѣд

Из истории

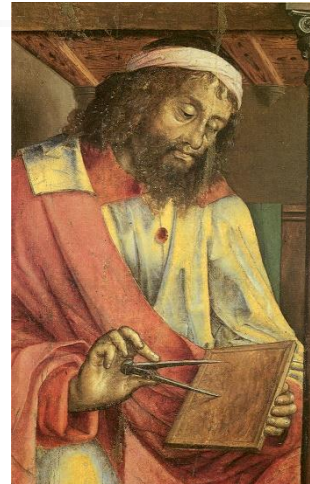
Античный период



Марк Витру́вий
(1 в. до н. эры.)

«Несведущим в геометрии вход воспрещен».
(Надпись над входом в помещение, где учил Платон).

Главный труд «Начала» (15 книг), содержащий основы античной математики, элементарной геометрии, теории чисел, общей теории отношений и метода определения площадей и объемов.



Евклѣд
(3 в. до н. э.)

Витрувий указывает на следующие виды изображений: **ихнография** – план сооружения, построенный на поверхности земли с применением циркуля и линейки; **ортография** – вертикальное изображение фасада, разреза и картины внешнего вида с соблюдением пропорций и четкой проекционной связи; **сценография** – вертикальный разрез в сочетании с перспективным изображением внутреннего вида здания

«тот, кто не знает геометрии и боится усилий,
необходимых для ее изучения, даже при величайшем
даровании никогда не станет большим художником»

Леон Баттиста Альбérти

Из истории

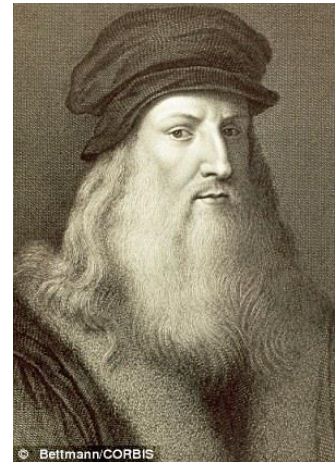
Эпоха Возрождения (Ренессанс) в XV-XVI вв



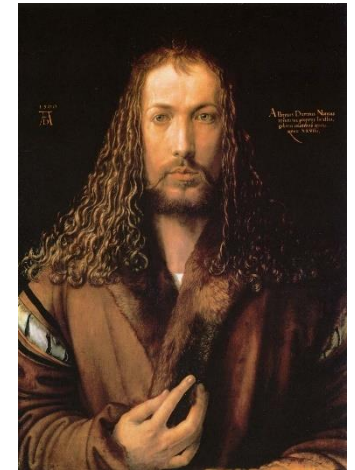
Брунеллески Филиппо,
(1377—1446)



Леон Баттиста Альбérти
(1404— 1472)



Леона́рдо да Винчи
(1452- 1519)



Альбрехт Дюрер
(1471 — 1528)

Дюрер в своем труде "Руководство к измерению с помощью циркуля и правила" теоретически обосновал ортогональное проектирование на две взаимно перпендикулярные плоскости ("способ Дюрера" или способ следа луча).

Из истории

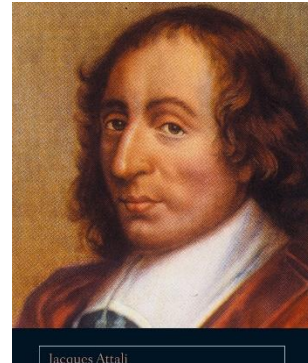
Эпоха просвещения XVII – XIX в.в.



Рене Декарт
(1596-1650)



Жерар Дезарг
(1591—1661)



Блез Паскаль
(1623 — 1662),



Гаспар Монж
(1746—1818)

В XVII веке **Дезарг** и его ученик **Паскаль** заложили основы проективной и начертательной геометрии.

Начертательная геометрия это искусство представлять на листе бумаги, имеющем только два измерения, предметы, имеющие три размера, которые подчинены точному определению.

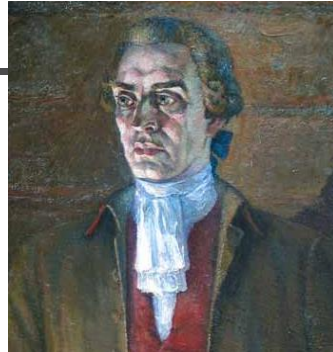
«Если чертеж является языком техники, то начертательная геометрия служит грамматикой этого языка». В.И.Курдюмов

Из истории

Изобразительная геометрия в России



Нартов Андрей
Константинович
(1693—1756)



Ползунов
Иван Иванович
(1728-1766)



Кулибин
Иван Петрович
(1735-1818)



Курдюмов
Валериан Иванович
(1853—1904)

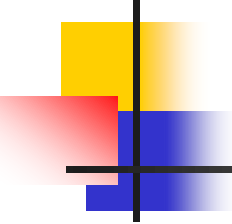


Рынин
Николай Алексеевич
(1877 — 1942)

«Если чертеж является языком техники, то начертательная геометрия служит грамматикой этого языка, так как она учит нас правильно читать чужие и излагать наши собственные мысли, пользуясь в качестве слов одними только линиями и точками, как элементами всякого изображения». В.И.Курдюмов

Начертательная геометрия... « является наивысшим средством для развития той таинственной и мало поддающейся изучению точными науками способности человеческого духа, которая зовется *воображением* и которая является ступенью к другой способности – *фантазии*, без которой не совершаются великие открытия и изобретения». Н. А. Рынин

Введение



Начертательная геометрия изучает методы изображения пространственных геометрических фигур на плоскости, а также сами эти фигуры по их изображениям.

Среди других ветвей геометрии, *начертательную геометрию* выделяет то, что для решения геометрических задач она использует **графический** способ.

Геометрической фигурой называют любое множество точек.

Геометрических фигур существует много, но основных только три - *точка, прямая (линия) и плоскость*.

В начертательной геометрии чертежи строятся при помощи **метода проецирования**, благодаря чему изображение обладает такими геометрическими свойствами, по которым можно судить о свойствах самого оригинала.

Метод проецирования предполагает, что каждой точке трехмерного пространства ставится в соответствие определенная точка двумерного пространства.

Различают следующие виды проецирования: **центральное** и **параллельное** проецирование. При параллельном проецировании различают косоугольное и прямоугольное или ортогональное проецирование.

Методы проецирования

Центральное проецирование

Центральным проецированием называется процесс получения изображения на плоскость с помощью проецирующих лучей, выходящих из одного центра.

Проецирующая
прямая

Проекция
точки

Центр
проецирования

Плоскость
проекций

Свойства:

- 1) изображение смотрится реалистично;
- 2) точка проецируется в точку;
- 3) прямая проецируется в прямую;
- 4) сохраняется инцидентность;
- 5) отношение в котором точка делит отрезок для проекций отрезка не сохраняется :

$$\frac{AE}{BE} \neq \frac{A_1E_1}{B_1E_1}$$

- 6) единственная точка не имеет проекции – это **центр проецирования;**

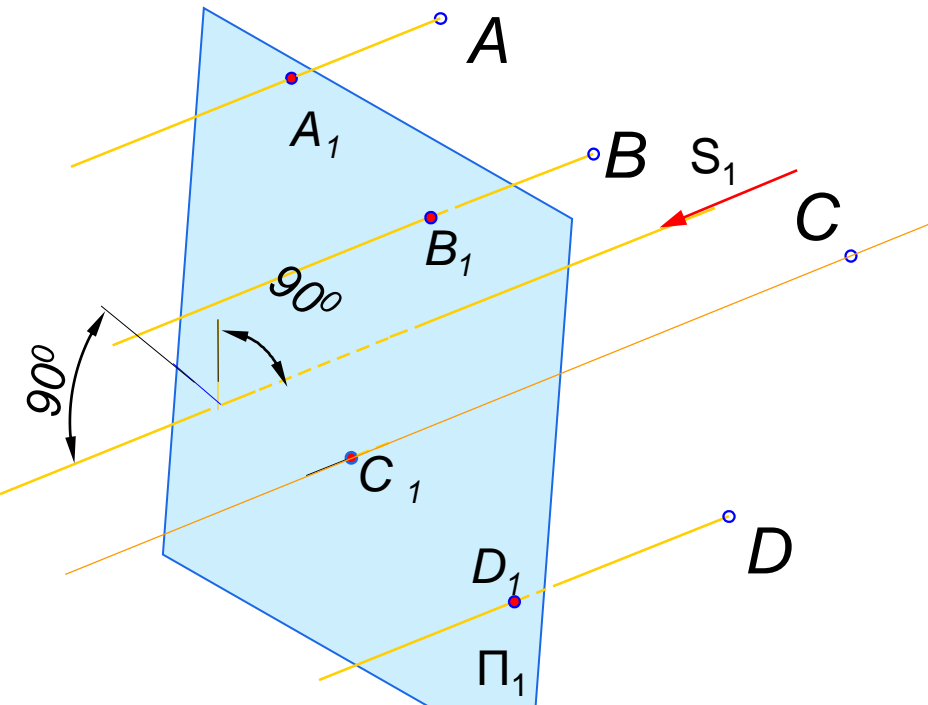
- 7) у параллельных прямых проекции пересекаются.

Параллельное проецирование

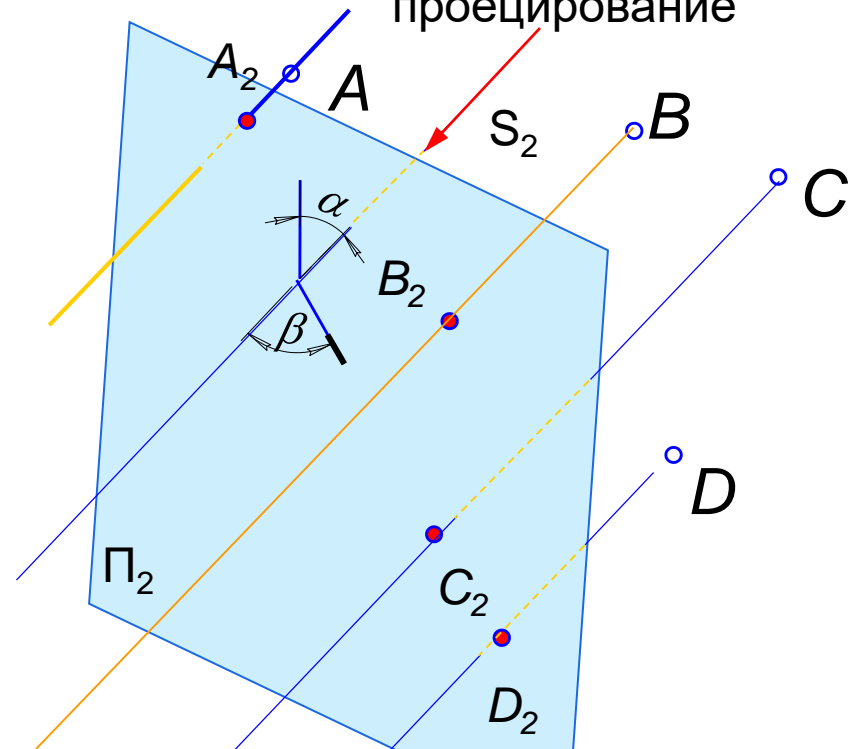
Если центр проецирования удален в бесконечность то проецирующие лучи будут параллельны между собой, в этом случае, проецирование называется **параллельным**, а полученные при этом изображения фигуры на плоскости называют **параллельными проекциями**.

Параллельное проецирование называется **прямоугольным** или **ортогональным**, если направление проецирования перпендикулярно плоскости проекций.

Ортогональное параллельное
проецирование



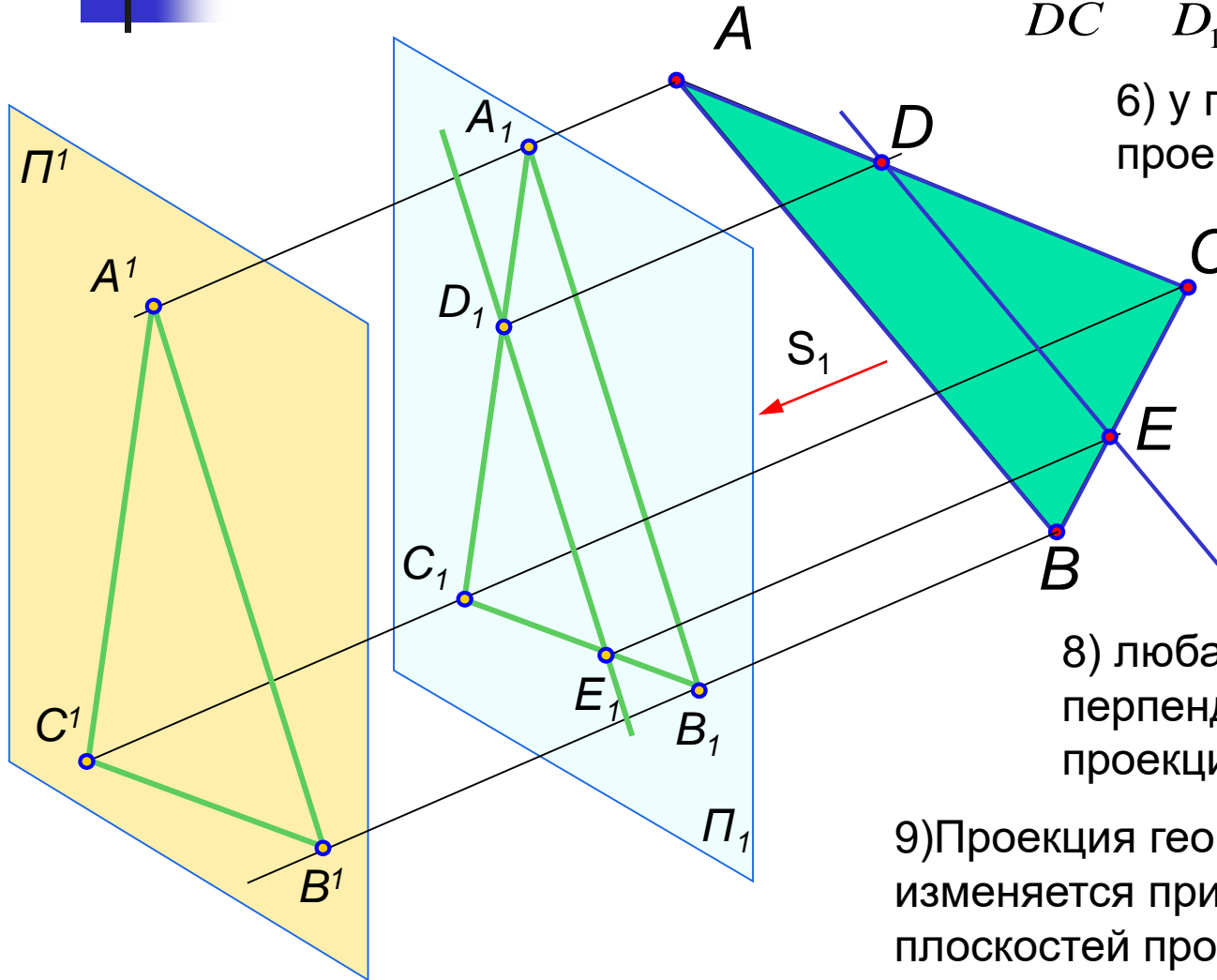
Косоугольное параллельное
проецирование



Параллельное проектирование

Свойства: 1) Плоская фигура проецируется в фигуру; 2) точка проецируется в точку; 3) прямая проецируется в прямую; 4) сохраняется инцидентность; 5) отношение в котором точка делит отрезок для проекций отрезка сохраняется :

$$\frac{AD}{DC} = \frac{A_1D_1}{D_1C_1}$$



6) у параллельных прямых проекции параллельны.

7) прямая перпендикулярная плоскости проекций проецируется в точку;

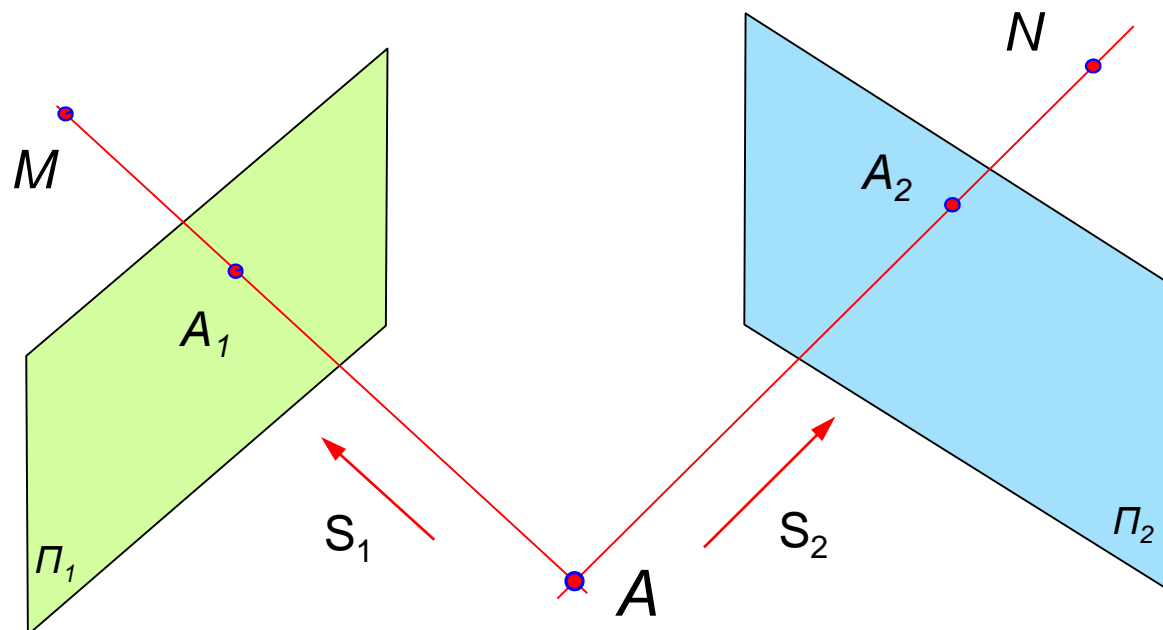
8) любая плоская фигура перпендикулярная плоскости проекций проецируется в линию.

9) Проекция геометрической фигуры не изменяется при параллельном переносе плоскостей проекций: $A_1B_1C_1 = A^1B^1C^1$

Аппарат проецирования

Метод проецирования позволяет строить изображение или проекцию по заданному объекту, то есть решать **прямую задачу начертательной геометрии**

Возникает необходимость в решении **обратной задачи начертательной геометрии**, установления объекта по его изображениям

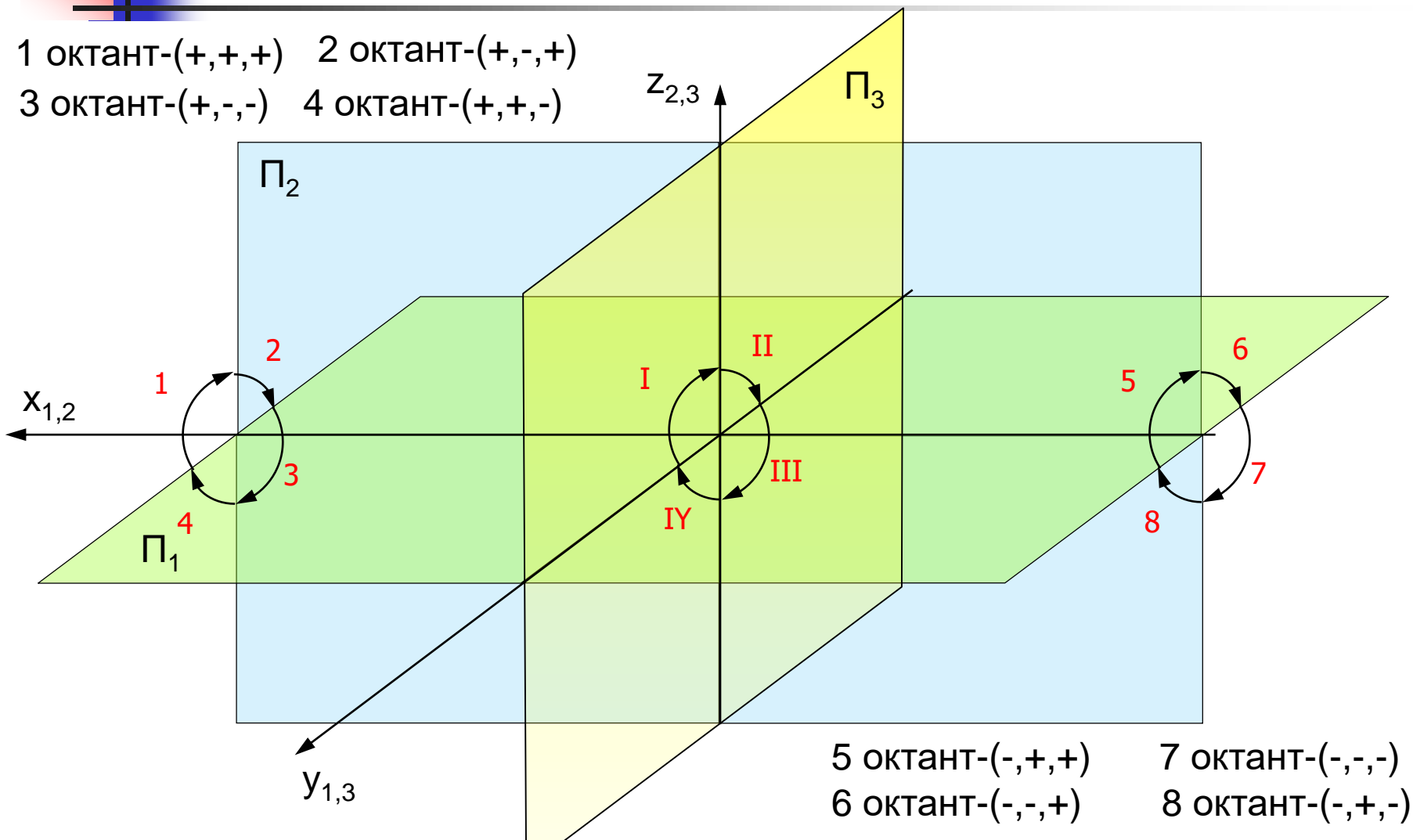


Аппарат проецирования при **центральной** проецировании – это две проекции точки и два центра проецирования (M и N) при **параллельном** проецировании: две проекции точки и два направления проецирования (S_1, S_2), по которым можно восстановить точку в пространстве.

Система прямоугольных проекций

Квадрант – любая из четырех областей, на которые делится пространство двумя взаимно перпендикулярными плоскостями

Октант – любая из восьми областей, на которые пространство делится тремя взаимно перпендикулярными плоскостями.



Метод Монжа

AA_1 – расстояние от точки до плоскости Π_1 .

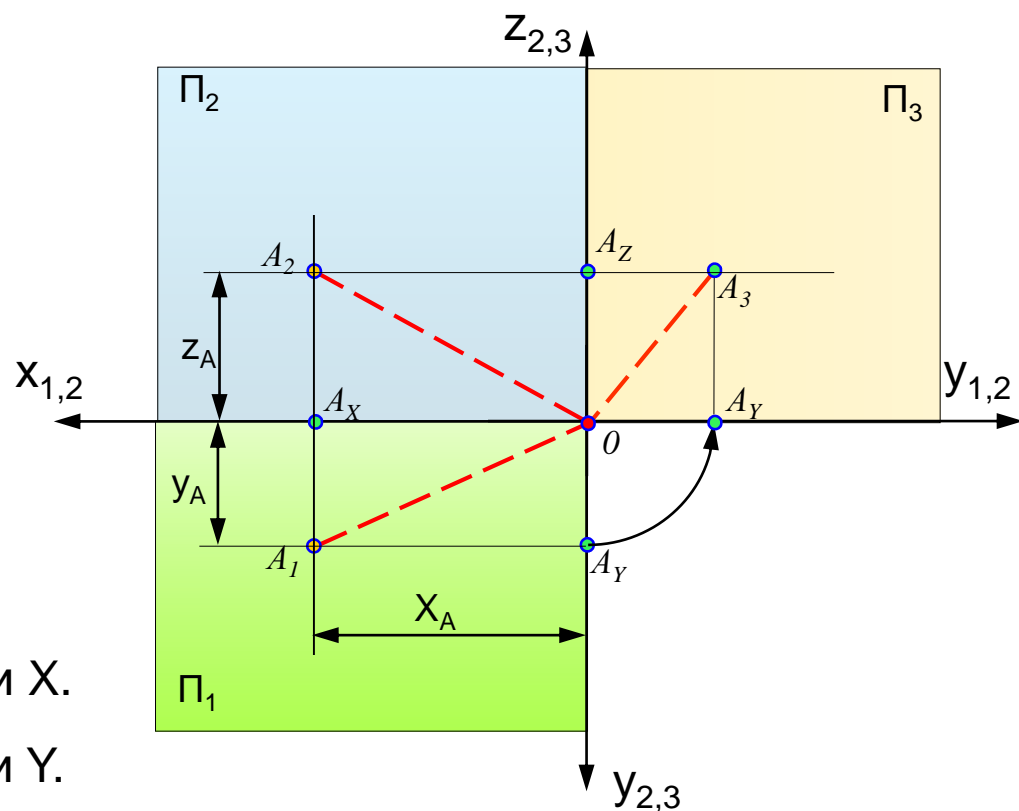
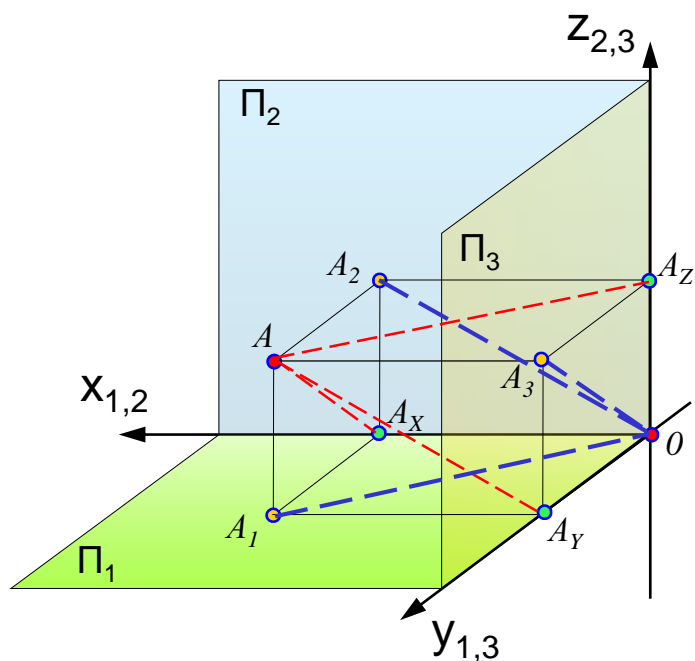
$$A_2A_X = A_3A_Y = AA_1 = 0A_Z = Z_A$$

AA_2 – расстояние от точки до плоскости Π_2 .

$$A_1A_X = A_3A_Z = AA_2 = 0A_Y = Y_A$$

AA_3 – расстояние от точки до плоскости Π_3 .

$$A_1A_Y = A_2A_Z = AA_3 = 0A_X = X_A$$



$AA_X = A_30$ – расстояние от точки до оси X.

$AA_Y = A_20$ – расстояние от точки до оси Y.

$AA_Z = A_10$ – расстояние от точки до оси Z.

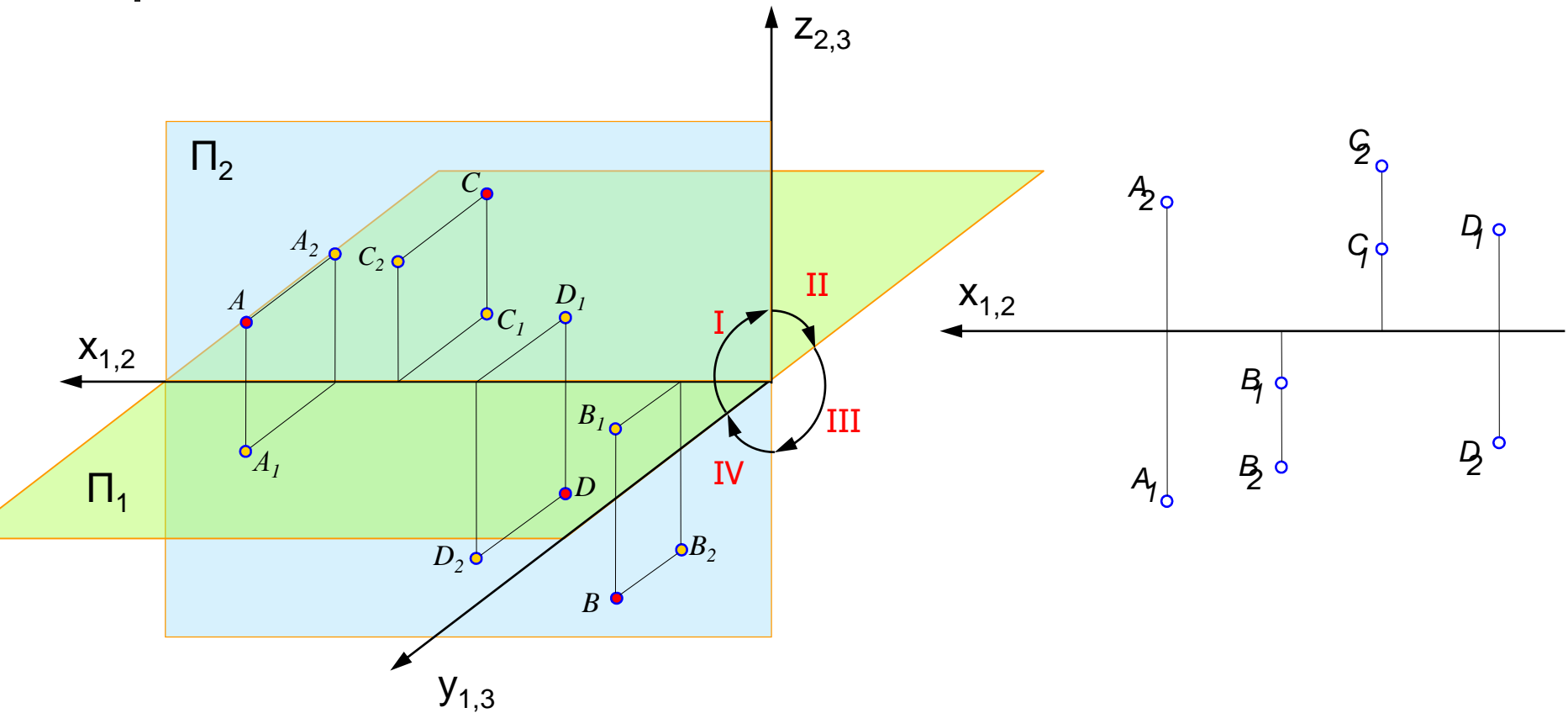
Проекции точки на чертеже Монжа

Точка A (+, +, +) – I квадрант

Точка C (+, -, +) – II квадрант

Точка D (+, -, -) – III квадрант

Точка B (+, +, -) – IV квадрант



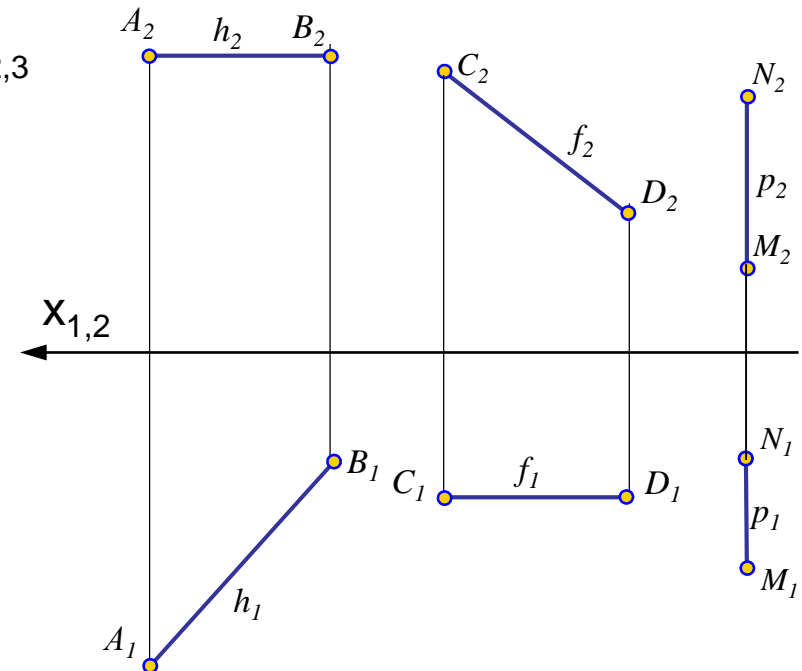
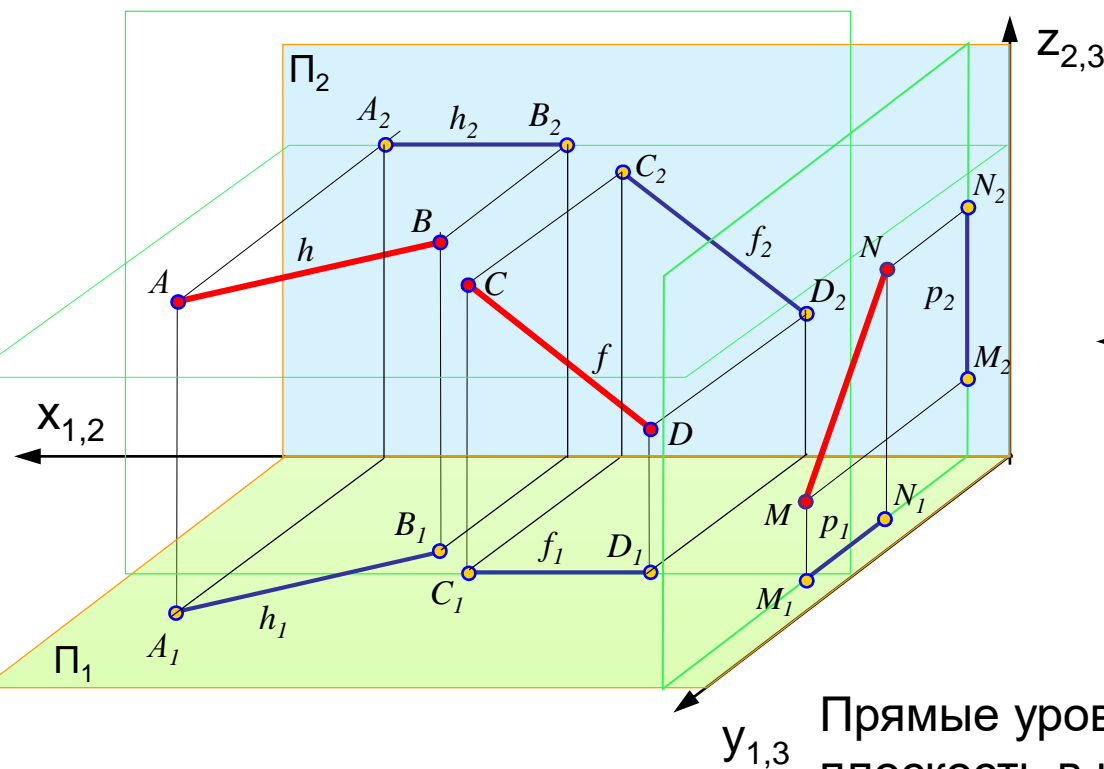
Проекции прямой. Прямые уровня.

Прямая параллельная, какой-либо плоскости проекций называется **прямой уровня**.

Прямая параллельная горизонтальной плоскости проекций называется **горизонталью h** ($h \parallel \Pi_1$).

Прямая параллельная фронтальной плоскости проекций называется **фронталью f** ($f \parallel \Pi_2$).

Прямая параллельная профильной плоскости проекций называется **профильной прямой p** ($p \parallel \Pi_3$).



Прямые уровня отображаются на параллельную плоскость в натуральную величину.

Проекции прямой. Проецирующие прямые.

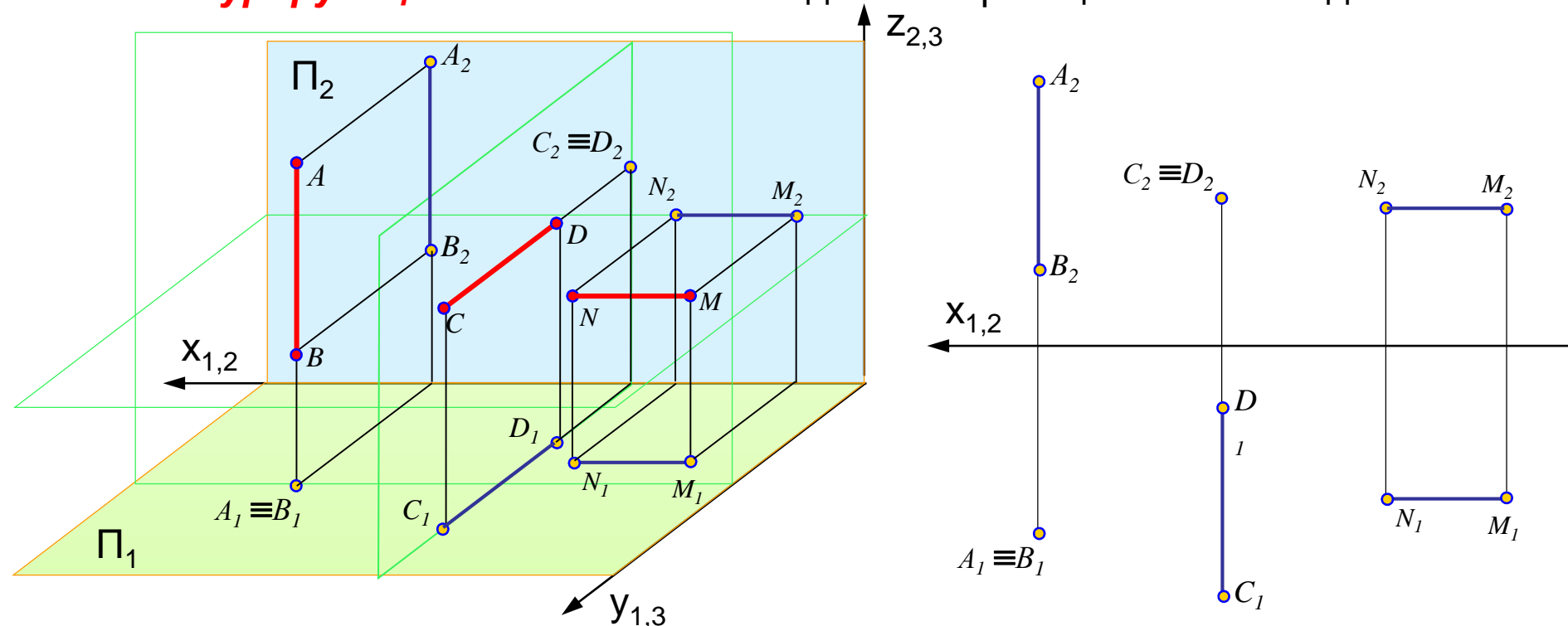
Прямые перпендикулярные плоскости проекций называются **проецирующими прямыми**.

AB – горизонтально-проецирующая прямая ($AB \perp \Pi_1$).

CD – фронтально проецирующая прямая ($CD \perp \Pi_2$).

MN – профильно-проецирующая прямая ($MN \perp \Pi_3$).

Точки принадлежащие проецирующей прямой называются **конкурирующими точками** и на одной из проекций они совпадают.

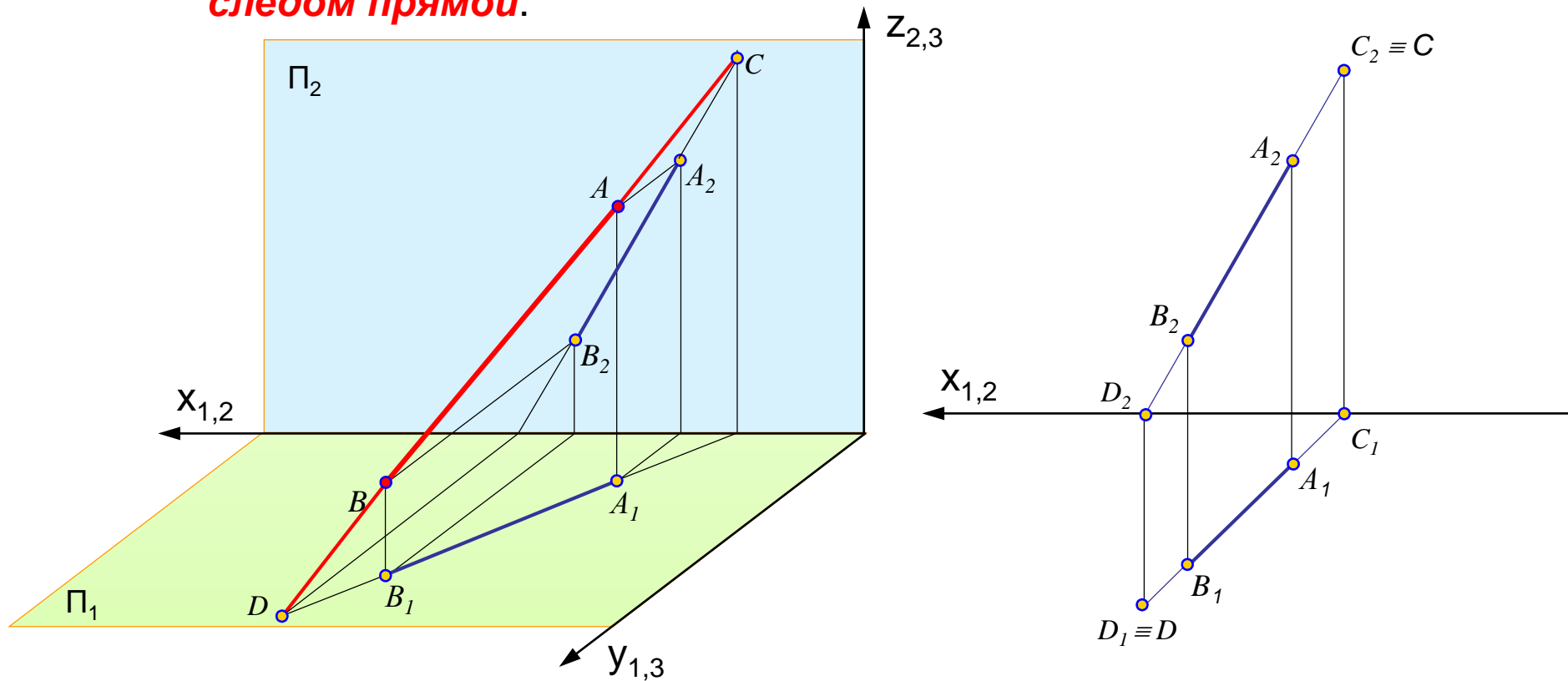


Проецирующая прямая отображается на параллельные ей плоскости в натуральную величину

Прямая общего положения. Следы прямой

Прямая не параллельная и не перпендикулярная плоскостям проекций называется прямой общего положения.

Точка пересечения прямой с плоскостью проекций называется **следом прямой**.



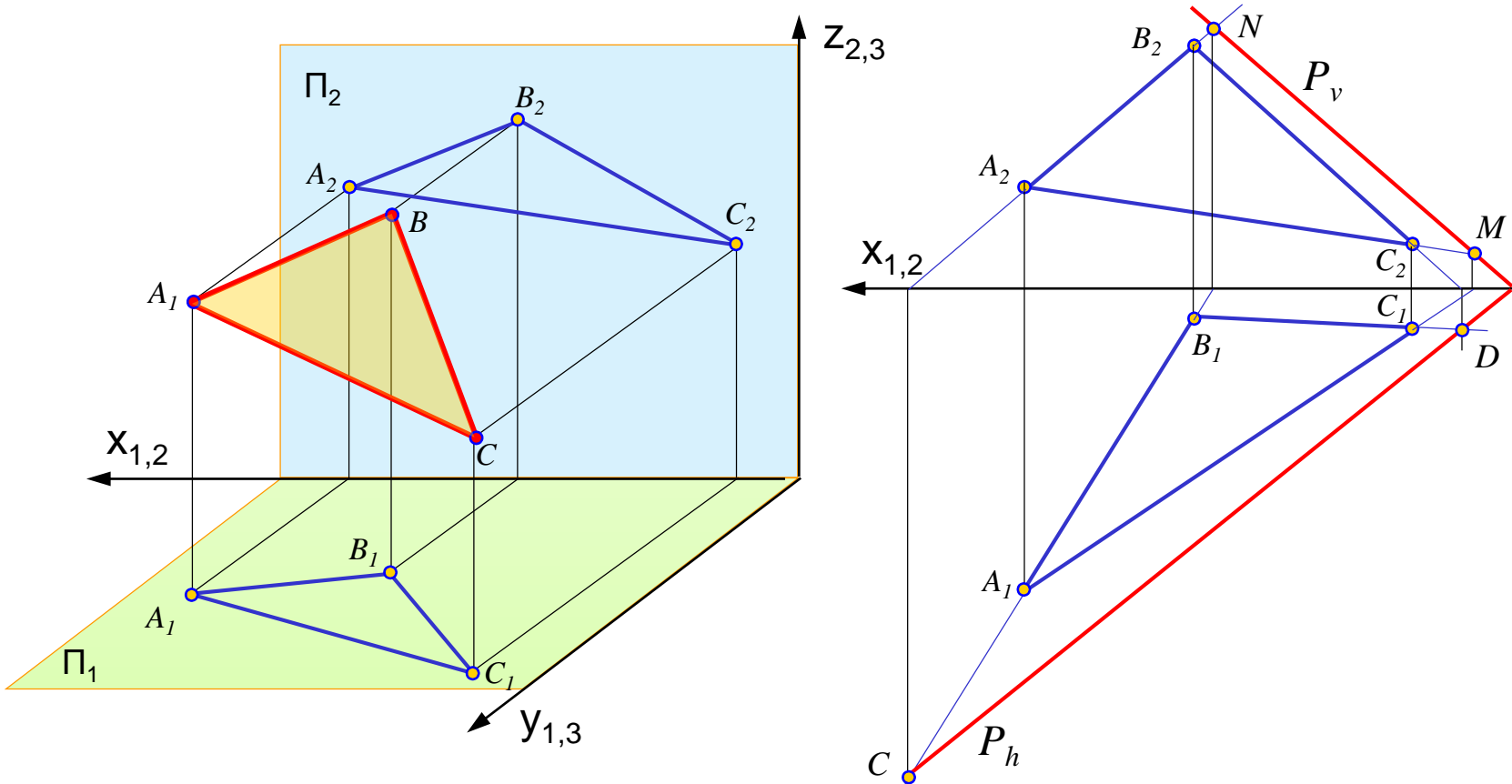
Точка С фронтальный след прямой

Точка D горизонтальный след прямой

Проекция плоскости общего положения

Плоскость на эюре задается проекциями: трех точек; прямой и точки, не принадлежащей этой прямой; двух прямых пересекающихся или параллельных; любой плоской фигуры.

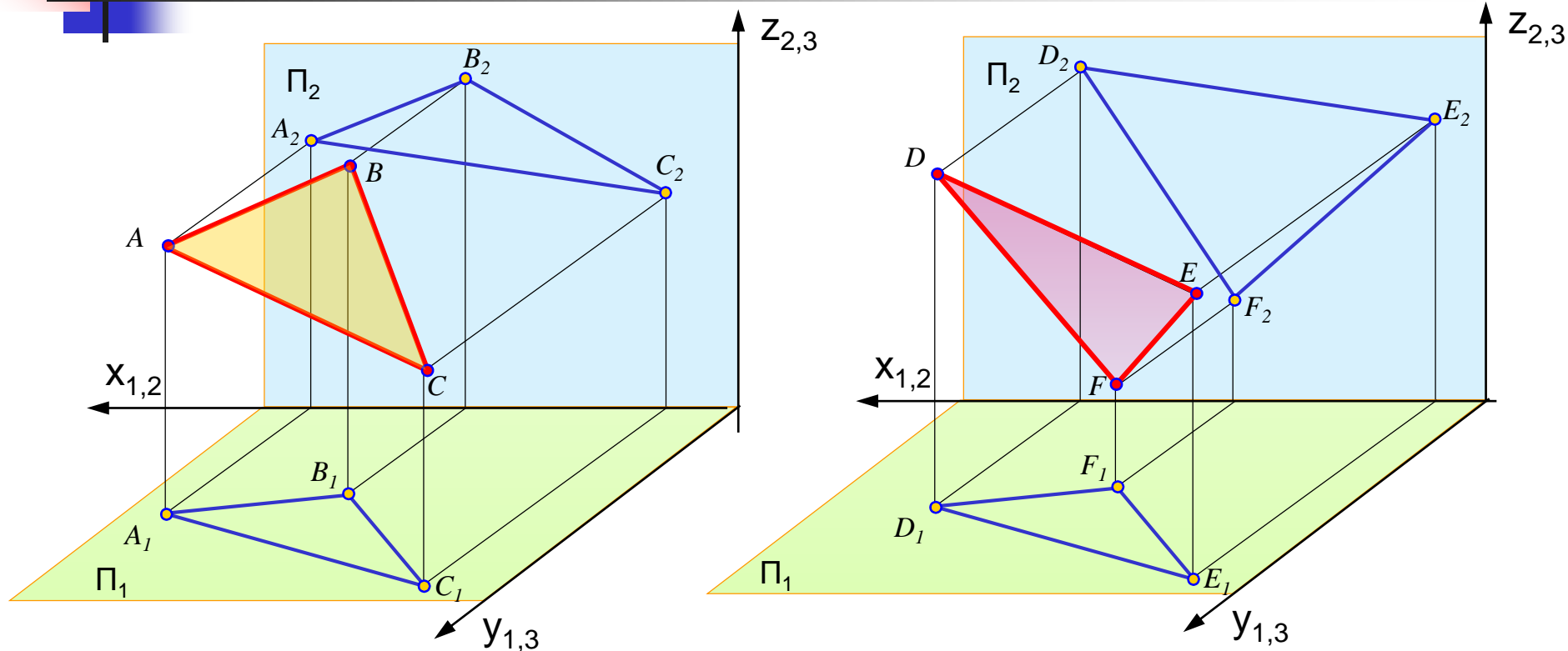
Плоскость является **плоскостью общего положения**, если она не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций. Линия пересечения заданной плоскости с плоскостью проекций называется **следом плоскости**



Проекция плоскости общего положения

Если плоскость по мере удаления от наблюдателя поднимается вверх, то такую плоскость называют **восходящей** ($\triangle ABC$).

Обозначение плоскости имеет одинаковые обходы на оригинале и проекциях – по ходу часовой стрелки.



Если плоскость по мере удаления от наблюдателя опускается вниз, то такую плоскость называют **нисходящей** ($\triangle DEF$). Обозначение плоскости имеет разные обходы: на оригинале и фронтальной проекции – по ходу часовой стрелки, на горизонтальной проекции – против часовой стрелки.

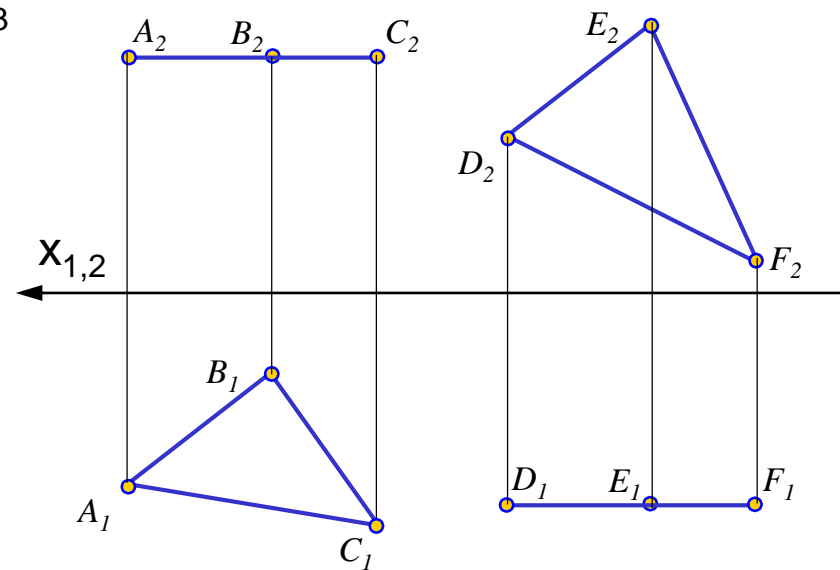
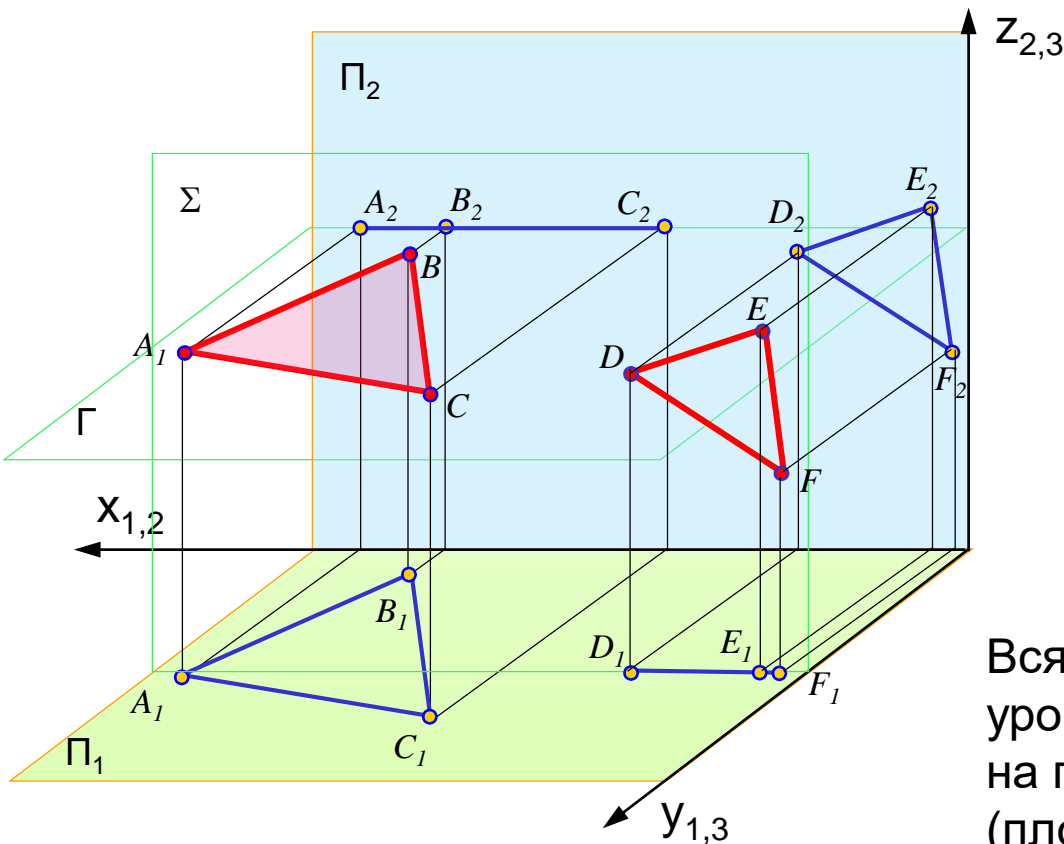
Проекции плоскости уровня.

Плоскость параллельная какой-либо плоскости проекций называется **плоскостью уровня**.

ABC-горизонтальная плоскость уровня ($ABC \parallel \Pi_1$ и $\perp \Pi_2, \perp \Pi_3$)

DEF-фронтальная плоскость уровня ($DEF \parallel \Pi_2$ и $\perp \Pi_1, \Pi_3$)

Плоскости проекций являются плоскостями нулевого уровня



Всякая фигура, лежащая в плоскости уровня, проецируется без искажения на плоскость проекций, которой она (плоскость уровня) параллельна.

Проекции проецирующих плоскостей

Плоскость, перпендикулярная какой-либо плоскости проекций, называется **проецирующей плоскостью**.

ABC – горизонтально-проецирующая плоскость ($ABC \perp \Pi_1$).

DEF-фронтально-проецирующая плоскость ($DEF \perp \Pi_2$)

